

Верификация и валидация отечественного ПО SimCrack на задачах моделирования роста усталостных трещин

Вечхайзер Л.А.¹, Бажуков А.С.¹, Рябов А.А.¹, Мохов К.Ю.¹, Лаврентьева М.А.²

¹ ООО «Саровский инженерный центр», г. Саров

² Центральный институт авиационного моторостроения имени П.И. Баранова, г. Москва

e-mail: lvechkhazer@saec.ru

В статье описан принцип работы программного обеспечения SimCrack и приведены результаты решения верификационных, кросс-верификационной и валидационной задач. Они позволяют оценить степень достоверности результатов, полученных с помощью ПО SimCrack, а также могут быть использованы для сертификации программного обеспечения согласно ГОСТ Р 57700.1-2017 и расширения применения цифровых испытаний в двигателестроительной и других наукоемких отраслях.

Ключевые слова: программное обеспечение, SimCrack, малоцикловая усталость, рост трещины усталости, устойчивый рост трещины, конечно-элементное моделирование

Verification and validation of software "SimCrack" using the problems of fatigue crack growth

Vechkhazer L.A.¹, Bazhukov A.S.¹, Ryabov A.A.¹, Mokhov K.Yu.¹, Lavrentyeva M.A.²

¹ "Sarov Engineering Center" Ltd., Sarov

² CIAM, Moscow

The article describes operating principle of the SimCrack software and presents the results of solving verification, cross-verification and validation problems. This data allows us to assess the reliability of the results obtained using the SimCrack software, and can also be used for software certification according to GOST R 57700.1-2017, as well as active promotion of digital experiment concept in the engine-development industry and other high-tech fields.

Keywords: software, SimCrack, low cycle fatigue, fatigue crack growth, stable crack growth, finite element modeling

Введение

Создание и развитие отечественных программных средств для решения прикладных инженерных задач механики сплошных сред важно для обеспечения независимости отечественных разработчиков новых изделий от зарубежных поставщиков программных продуктов, способствует развитию отечественной науки, совершенствованию современных численных методов решения сложных задач, расширяет возможности использования вычислительной техники.

Одной из важнейших проблем, стоящих перед отечественным авиационным двигателестроением, является повышение ресурса основных деталей газотурбинных двигателей (ГТД). Согласно нормативным документам [1], ресурс основных деталей авиационных ГТД определяется 1) по концепции безопасной долговечности –

ресурс до появления трещины малоциклового усталости – и 2) по концепции безопасного развития трещины – ресурс с учетом возможного наличия дефектов в основных деталях. В свою очередь, в рамках второй концепции рассматриваются детерминированный и вероятностный подходы.

Оценка ресурса по концепции безопасного развития трещины с использованием детерминированного подхода включает в себя компьютерное моделирование роста усталостных трещин методом конечных элементов на основе трехмерных конечно-элементных (КЭ) моделей с применением методов линейной механики разрушения [2–5].

Разработанные к настоящему времени численные методики расчета роста трещин на основе метода конечных элементов достаточно трудоемки, требуют многократного перестроения КЭ-модели при развитии тре-

щины. Поэтому весьма актуальными являются автоматизация перестроения КЭ-модели в процессе роста усталостной трещины и развитие возможностей проведения расчета и обработки результатов компьютерного моделирования в процессе решения задачи [6–9]. Для решения этих проблем в ООО «СИНЦ» разработано и непрерывно улучшается новое программное обеспечение (ПО) SimCrack.

При разработке нового ПО весьма важным этапом является проверка соответствия его возможностей предъявляемым требованиям. В данной работе приведены результаты, подтверждающие возможности ПО SimCrack как в части определения коэффициентов интенсивности напряжений (КИН) по первым двум режимам (модам) нагружения (верификация), так и в части соответствия заложенных в нем методик результатам фрактографических исследований реальных деталей авиационных ГТД (валидация).

Применяемые методики

Программное обеспечение SimCrack позволяет применить детерминированный подход в оценке ресурса деталей по концепции безопасного развития трещины на основе метода конечных элементов с использованием подробных трехмерных КЭ-моделей. Применяемые в настоящее время отраслевые методики оценки ресурса представлены в работе [10]. Моделирование процесса роста усталостной трещины включает следующие основные этапы.

1. Проведение статических термомеханических расчетов детали без трещины с нагрузками, изменяющимися, например, по типовому полетному циклу (ТПЦ), для определения зоны концентрации напряжений по максимальному размаху первого главного напряжения (σ_1) в ТПЦ:

– максимальное значение σ_1 в критической зоне соответствует расчетной временной точке по ТПЦ (состояние «М»). Рассматривается нагрузочный цикл «0 – М – 0» (основной элементарный цикл в ТПЦ). Состояние «0» в данном случае соответствует холодному двигателю;

– в дополнение к основному элементарному циклу рекомендуется рассматривать вспомогательные элементарные циклы в ТПЦ [10], которые определяются из графика изменения σ_1 по ТПЦ в выбранной критической зоне по методу дождя [11]. Определение основного и вспомогательных элементарных циклов по методу дождя реализовано в ПО SimCrack.

2. Внедрение в модель детали в критической зоне начального дефекта в виде надреза нулевой ширины. Размер начального дефекта в плане выбирается равным максимально возможному дефекту, который не обнаруживается средствами визуального контроля при произ-

водстве. Форма начального дефекта зависит от технологии изготовления детали и механической обработки поверхности. Плоскость начального дефекта перпендикулярна направлению первого главного напряжения. Выбор формы начального дефекта и внедрение его в модель реализованы в ПО SimCrack.

3. Моделирование процесса устойчивого роста трещины на основе расчетов приращений длины трещины по методикам, приведенным в следующем подпараграфе. Данный этап является наиболее трудоемким и поэтому является основной функцией ПО SimCrack.

4. Прекращение процесса моделирования при достижении трещиной заданной верхней границы устойчивого роста или после подтверждения предписанной долговечности детали. Задание критерия остановки расчета также доступно в ПО SimCrack.

Методики определения прироста трещины. Разработка ПО SimCrack проведена на основе двух методик расчета прироста трещины от начального дефекта, активно используемых в двигателестроительной отрасли:

– расчет приростов по уравнению Пэриса – Эрдогана [12]:

$$\frac{dl}{dN} = C \Delta K_I^m; \quad (1)$$

– расчет приростов на основе кинетического уравнения Туманова [13–15]:

$$\frac{dl}{dN} = B(\Delta K_I / E)^2; \quad (2)$$

– угол поворота текущего фронта трещины от предыдущего под совместным действием механизмов нормального отрыва и поперечного сдвига определяется по [13]:

$$\theta = -\arccos \left[\frac{3K_{II}^2 + K_I \sqrt{K_I^2 + 8K_{II}^2}}{K_I^2 + 9K_{II}^2} \right]. \quad (3)$$

Здесь l – продвижение фронта трещины за N элементарных циклов нагружения в точке фронта по нормали к нему; C и m – коэффициенты уравнения Пэриса – Эрдогана; ΔK_I – размах КИН по первому режиму (моду) нагружения в элементарном цикле; $B = 10$ – эмпирический коэффициент в уравнении Туманова; E – модуль упругости первого рода; K_I и K_{II} – КИН по первому и второму режимам нагружения; θ – угол поворота вектора распространения трещины в точке фронта.

Формулы (1) и (2) применяются в случае, когда рассматривается элементарный цикл нагружения вида «0 – М – 0». При сложном цикле нагружения, коим является ТПЦ, рекомендуется помимо основного элементарного цикла «0 – М – 0» учитывать вспомогательные элементарные циклы. В этом случае приросты за один сложный цикл нагружения принимают следующий вид:

– для методики Пэриса – Эрдогана [10]

$$l_k = \sum_{j=1}^g \Delta l_j; \quad \Delta l_j = C_j (\Delta K_j)^{m_j}, \quad (4)$$

где l_k – прирост трещины за k -й ТПЦ; j – порядковый номер элементарного цикла нагружения в ТПЦ; g – общее количество выделенных элементарных циклов нагружения в одном ТПЦ; C_j и m_j – коэффициенты уравнения Пэриса – Эрдогана при максимальной температуре в j -м элементарном цикле нагружения; ΔK_j – размах КИН для j -го элементарного цикла нагружения в ТПЦ;

– для методики Туманова

$$l_k = \sum_{j=1}^g \Delta l_j; \quad \Delta l_j = B (\Delta K_j / E)^2. \quad (5)$$

Точки каждого нового фронта трещины определяются из точек текущего фронта по вектору $(l, \theta, 0)$, координаты которого определены в локальной цилиндрической системе (R, Θ, Z) с началом в рассматриваемой точке текущего фронта трещины и осью Z , касательной к кривой текущего фронта в рассматриваемой точке. Прямая $\Theta = 0$ проходит через соответствующие точки текущего и предыдущего фронтов. Линия, проходящая через все точки нового фронта, аппроксимируется кубическим сплайном для подавления колебаний формы нового фронта, возникающих вследствие степенного вида кинетических уравнений, определяющих прирост трещины l . Точность аппроксимации задается в настройках ПО SimCrack.

Методика расчета КИН. Коэффициент интенсивности напряжений – силовой параметр, используемый в линейной механике разрушения для описания напряженного состояния в вершине трещины. Теоретические основы для расчета КИН представлены в работе Дж.Р. Ирвина [16].

Другой параметр – J -интеграл – описывает нелинейное поведение материала в области вершины трещины и представляет собой параметр, характеризующий местное поле деформаций, возникающее в вершине трещины. Теоретическая концепция J -интеграла разработана в 1967 году Г.П. Черепановым [17] и, независимо, в 1968 году Дж.Р. Райсом [18], который показал, что J -интеграл не зависит от пути интегрирования по произвольному контуру вокруг трещины. J -интеграл представляет собой контурный (криволинейный) интеграл вдоль некоторого пути и имеет вид [18]

$$J = \int_{\Gamma} (W dx_2 - \sigma_{ij} n_j \frac{\partial u_i}{\partial x_1} ds), \quad (6)$$

где W – плотность энергии деформации; σ_{ij} – компоненты тензора напряжений Коши; n_j – компоненты единичного вектора нормали к контуру Γ ; u_i – компоненты вектора перемещений; Γ – произвольный контур интегрирования, ортогональный фронту трещины в выбран-

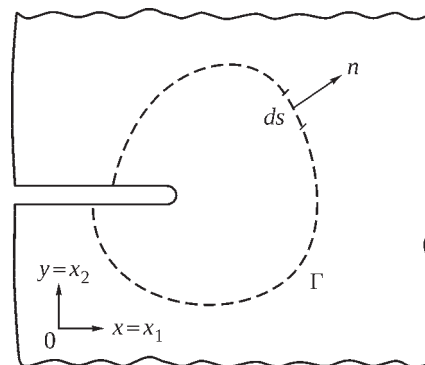


Рис. 1. Щелевой надрез и произвольный контур для расчета J -интеграла, охватывающий его вершинную точку; ds – элементарный отрезок дуги; x_1 и x_2 – оси на рис. 1. В свою очередь, плотность энергии деформации можно определить как

$$W = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}, \quad (7)$$

где ε_{ij} – компоненты тензора деформаций.

В рамках линейной механики разрушения значения КИН связаны со значением J -интеграла базовым соотношением [19]

$$J = \frac{K_I^2 + K_{II}^2}{E^*} + K_{III}^2 \frac{1+\nu}{E}, \quad (8)$$

где $E^* = E$ для случая плоского напряженного состояния; $E^* = E / (1 - \nu^2)$ для случая плоского деформированного состояния; ν – коэффициент Пуассона в вершине трещины.

При переходе к численному определению величин J -интеграла и КИН методом конечных элементов проявляется ряд неудобств, связанных с определением интеграла вдоль контура в уравнении (6). Например, ввиду того, что координаты и перемещения относятся к узлам конечных элементов, а напряжения и деформации вычисляются в точках интегрирования, неизбежна проблема погрешности интерполяции значений напряжений и деформаций из точек интегрирования в узлы конечных элементов. Во избежание этого в расчетных кодах принято вычисление J -интеграла с использованием метода доменного интеграла (domain integral method [20]), а вычисление КИН основано на методе интеграла взаимодействия (interaction integral method [21]).

Метод доменного интеграла позволяет перейти от интегрирования по контуру к интегрированию по объему. Для этого рассматривается весовая функция виртуального роста трещины, определяющая направление дальнейшего развития трещины. Данная весовая функция используется также для определения элементов, входящих в область интегрирования, так как особенностью этой функции является ее нулевое значение за границами области.

Значение J -интеграла в узле фронта трещины можно представить через интеграл по объему [22]

$$J(l) = \frac{\bar{J}(l)}{\int_{L_c} q(l) dl}; \quad (9)$$

в свою очередь,

$$\bar{J}(l) = - \int_{V_0} W \frac{\partial q}{\partial x_1} dV_0 + \int_{V_0} \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \frac{\partial q}{\partial x_j} dV_0, \quad (10)$$

где q – функция виртуального роста трещины; V_0 – объем, ограничивающий область интегрирования; L_c – длина сегмента фронта трещины.

Интеграл, представленный в формуле (10), называется доменным интегралом и характеризует высвобождение энергии за счет виртуального роста трещины, определяемого функцией q . Интеграл в знаменателе в формуле (9) характеризует изменение площади трещины.

Метод интеграла взаимодействия основан на методе доменного интеграла. По интегралу взаимодействия определяются КИН для различных режимов нагружения. В методе интеграла взаимодействия в дополнение к реальному полю напряженно-деформированного состояния, которое соответствует одному положению равновесия нагружаемой детали, вводится дополнительное поле, соответствующее другому произвольному положению равновесия. При вычислении доменного интеграла для поля суперпозиции, представляющего собой линейную комбинацию реального и вспомогательного полей, получается выражение, которое в итоге можно разделить на три слагаемых [21]:

$$\bar{J}^{(S)}(l) = \bar{J}^{(1)}(l) + \bar{J}^{(2)}(l) + \bar{I}(l), \quad (11)$$

где $\bar{J}^{(1)}(l)$ – доменный интеграл для реального состояния; $\bar{J}^{(2)}(l)$ – доменный интеграл для вспомогательного состояния; $\bar{I}(l)$ – интеграл взаимодействия (I -интеграл). Интеграл взаимодействия представлен следующим выражением:

$$\begin{aligned} \bar{I}(l) = & \int_{V_0} \sigma_{ij}^{(1)} \frac{\partial u_j^{(2)}}{\partial x_1} \frac{\partial q}{\partial x_i} dV_0 + \\ & + \int_{V_0} \sigma_{ij}^{(2)} \frac{\partial u_j^{(1)}}{\partial x_1} \frac{\partial q}{\partial x_i} dV_0 - \int_{V_0} \sigma_{jk}^{(1)} \varepsilon_{jk}^{(2)} \delta_{1i} \frac{\partial q}{\partial x_i} dV_0. \end{aligned} \quad (12)$$

Верхние индексы относятся к реальному и вспомогательному состоянию. Интеграл взаимодействия в узле фронта трещины записывается через интеграл взаимодействия по объему в следующем виде, аналогичном (9):

$$I(l) = \frac{\bar{I}(l)}{\int_{L_c} q(l) dl}. \quad (13)$$

В конечном итоге значения КИН можно связать со значением интеграла взаимодействия [23] аналогично формуле (8):

$$I = \frac{2}{E^*} (K_I^{(1)} K_I^{(2)} + K_{II}^{(1)} K_{II}^{(2)}) + \frac{1}{\mu} K_{III}^{(1)} K_{III}^{(2)}, \quad (14)$$

где μ – модуль сдвига.

Расчетная методика определения КИН для различных режимов нагружения сводится к последовательности: вдоль фронта трещины задается набор узлов; вокруг каждого узла строится набор элементов, определяющих область интегрирования; рассчитывается интеграл взаимодействия; через интеграл взаимодействия определяются КИН в каждом узле фронта.

Особенностью текущей версии ПО SimCrack является использование метода неструктурированной сетки (unstructured-mesh method [24]) при построении конечно-элементной сетки в области интегрирования вокруг фронта трещины. Этот метод используется в программном обеспечении Ansys для определения КИН на тетраэдральных конечных элементах, вместо более привычных в подобных расчетах гексаэдральных элементов. Применимость данного метода к практическим задачам показана далее.

Верификация расчетов

Для подтверждения надежности работы ПО SimCrack как инструмента цифровых испытаний деталей в соответствии с ГОСТ Р 57700.1 [25] и ГОСТ Р 57700.37 [26] и достоверности полученных результатов проведена его верификация и валидация. Некоторые результаты приведены ниже.

Верификация расчетов на основе аналитических данных. Для верификации результатов расчетов КИН по аналитическим данным используются две задачи из справочника по коэффициентам интенсивности напряжений под редакцией Ю. Мураками [27]:

- 1) прямоугольная пластина с краевой трещиной под действием сдвиговой нагрузки;
- 2) полоса с уступом и трещиной под действием изгибающего момента.

В задаче 1 прямоугольная пластина имеет длину $H = 14$ мм, ширину $W = 5$ мм и толщину $t = 2$ мм, находится под действием сдвиговой нагрузки $P = 5000$ Н (рис. 2,а). Краевая трещина в пластине имеет глубину $a = 1$ мм.

В задаче 2 полоса с уступом имеет характерные размеры $W_1 = 10$ мм и $W_2 = 5$ мм, толщина полосы $t = 1$ мм. В месте уступа внедрена трещина глубиной $a = 0,5$ мм (см. рис. 2,б). Полоса изгибается моментом $M = 1500$ Н·мм.

Для определения КИН в ПО SimCrack и сравнения полученных значений с аналитическими в препроцессоре

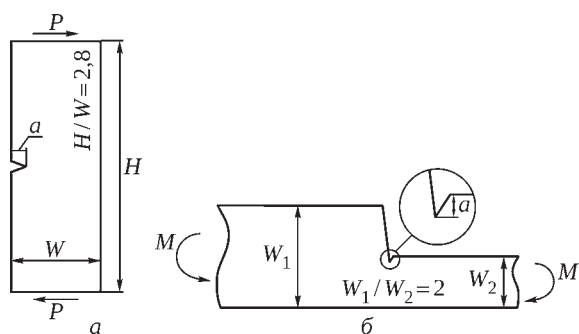


Рис. 2. Постановка задач:
а – прямоугольная пластина с краевой трещиной;
б – полоса с уступом и трещиной

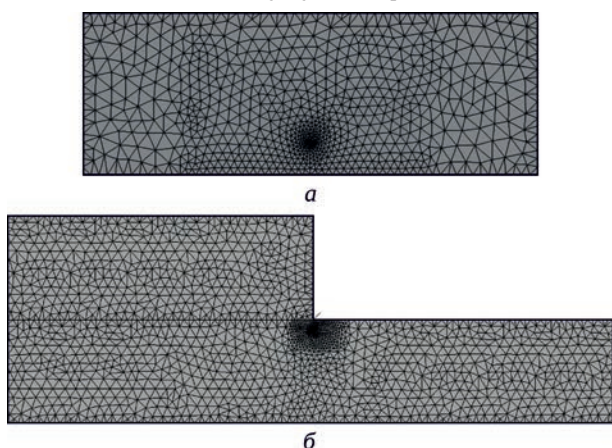


Рис. 3. Конечно-элементные модели:
а – прямоугольная пластина с краевой трещиной
(повернута); б – полоса с уступом и трещиной

Ansys Workbench 2021R2 были подготовлены конечно-элементные модели (рис. 3). Для внедрения трещины в деталь и построения специальной области вокруг фронта трещины использован встроенный модуль Fracture. На рис. 4 показан выделенный объем, состоящий из четырех контуров тетраэдральных элементов вокруг фронта трещины, для каждой из представленных моделей. Размер элемента вдоль фронта принят на ос-

нове имеющегося опыта расчетов, представленного, например, в работе [28].

В справочнике Ю. Мураками [27] коэффициент интенсивности напряжений по второму режиму нагружения для задачи прямоугольной пластины описывается следующими зависимостями:

$$K_{II} = F_{II}(\alpha) \tau_0 \sqrt{\pi a};$$

$$F_{II}(\alpha) = 4,886\alpha - 11,383\alpha^2 + 28,198\alpha^3 - 38,563\alpha^4 + 20,555\alpha^5;$$

$$\tau_0 = P/Wt; \quad \alpha = a/W. \quad (15)$$

Для полосы с уступом и трещиной коэффициент интенсивности напряжений по механизмам нормального отрыва и поперечного сдвига определяется по следующим зависимостям:

$$K_I = F_I \frac{6M\sqrt{\pi}}{t\sqrt{(W_2 - a)^3}}; \quad K_{II} = F_{II} \frac{6M\sqrt{\pi}}{t\sqrt{(W_2 - a)^3}}. \quad (16)$$

Значения $F_I = 0,333$ и $F_{II} = 0,051$, зависящие от геометрических размеров полосы, приняты согласно [27].

По результатам решения задачи 1 на рис. 5,а показано изменение КИН по длине фронта трещины (L) для четырех контуров. Видно, что в первом контуре реализуются флуктуации значения КИН по второму режиму нагружения вдоль фронта трещины. Начиная со второго контура, колебания КИН уменьшаются по длине L и он приближается к теоретическому значению. Максимальное отличие КИН от теоретического значения для второго контура составляет 5,1%, для третьего контура – 3,2%, для четвертого контура – 2,9%. Отличие среднего по длине фронта значения КИН по второму контуру от теоретического значения составляет 0,2%, по третьему контуру – 0,5%, по четвертому контуру – 0,4%.

Результаты решения задачи 2 (см. рис. 5,б,в) демонстрируют аналогичное поведение КИН в первом контуре. В последующих контурах колебания снижаются

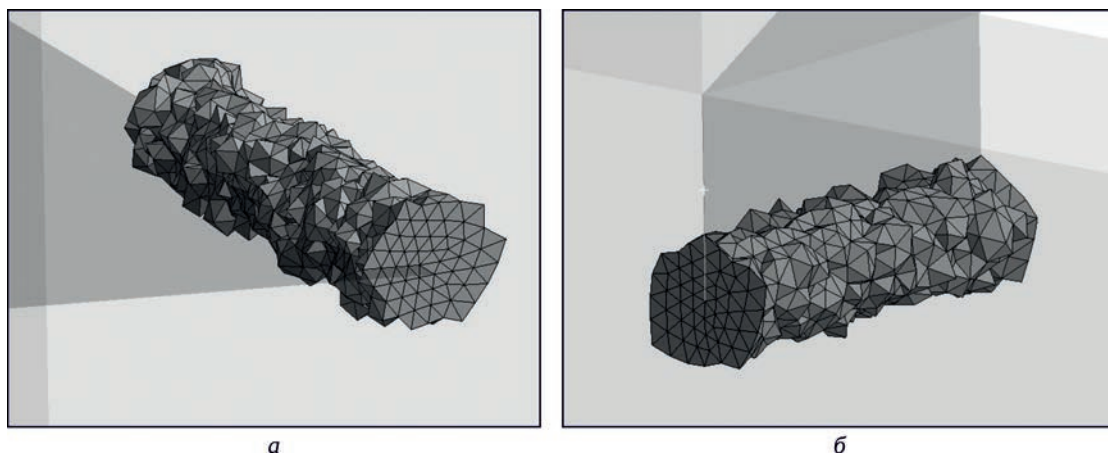


Рис. 4. Область расчета коэффициента интенсивности напряжений на четыре контура:
а – прямоугольная пластина с краевой трещиной; б – полоса с уступом и трещиной

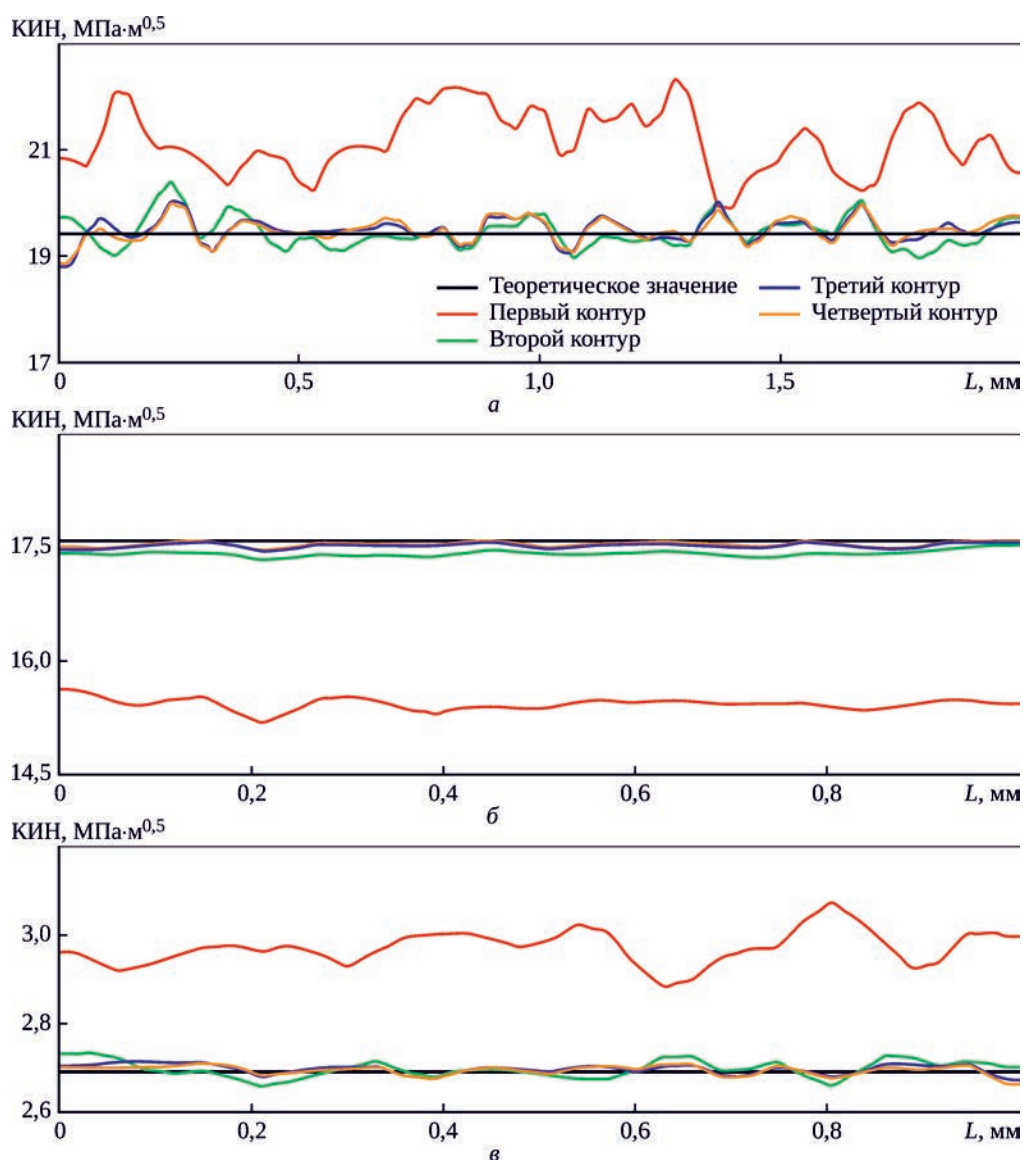


Рис. 5. Графики зависимости коэффициента интенсивности напряжений от длины фронта трещины: а – прямоугольная пластина с краевой трещиной, K_I ; б – полоса с уступом и трещиной, K_I ; в – полоса с уступом и трещиной, K_{II}

и КИН достигает близких к теоретическим уровням значений. Максимальное отличие K_I от теоретического значения для второго контура составляет 1,4%, для третьего контура – 0,8%, для четвертого контура – 0,7%.

Отличие среднего по длине фронта значения K_I от теоретического значения по второму контуру составляет 0,9%, по третьему контуру – 0,4%, по четвертому контуру – 0,3%. Максимальное отличие K_{II} от теоретического значения для второго контура составляет 1,5%, для третьего контура – 0,8%, для четвертого контура – 1,1%. Отличие среднего по длине фронта значения K_{II} от теоретического значения по второму контуру составляет 0,2%, по третьему контуру – 0,1%, по четвертому контуру – 0,07%.

Полученные результаты свидетельствуют о достаточной точности КИН, определяемого на тетраэдраль-

ных элементах, для механизмов нормального отрыва и поперечного сдвига, что подтверждает вывод о корректности выбранного в ПО SimCrack подхода к определению КИН.

Кросс-верификация расчетов по результатам, полученным с помощью иностранного ПО Franc3D.

Для сравнительного анализа результатов расчетов в отечественном ПО SimCrack и в иностранном ПО Franc3D выбрана модель пластины под действием растягивающих усилий. В центре пластины расположена трещина в форме полуэллиптического надреза нулевой толщины.

Используются следующие размеры пластины: $t = 3$ мм, $h = 5$ мм, $W = 2,5$ мм (рис. 6). Размеры начального дефекта $a = 1$ мм, $b = 0,6$ мм. Растягивающие напряжения составляют $\sigma = 1500$ МПа.

Материал пластины имеет следующие механические характеристики: модуль упругости первого рода $E = 117,6$ ГПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$. Рассматривается процесс роста усталостной трещины за заданное количество циклов нагружения вида «0 – М – 0» по уравнению Пэриса – Эрдогана (1) со следующими коэффициентами: $C = 1,261 \cdot 10^{-12}$, $m = 3,5$; размерность коэффициента C определяется согласно размерности КИН МПа·м^{0,5}.

КЭ-модель для расчета в ПО SimCrack была подготовлена в препроцессоре Ansys Workbench 2021R2 (рис. 7,а). Для внедрения трещины в деталь и построения специальной области вокруг фронта трещины использован встроенный модуль Fracture. КЭ-модель для

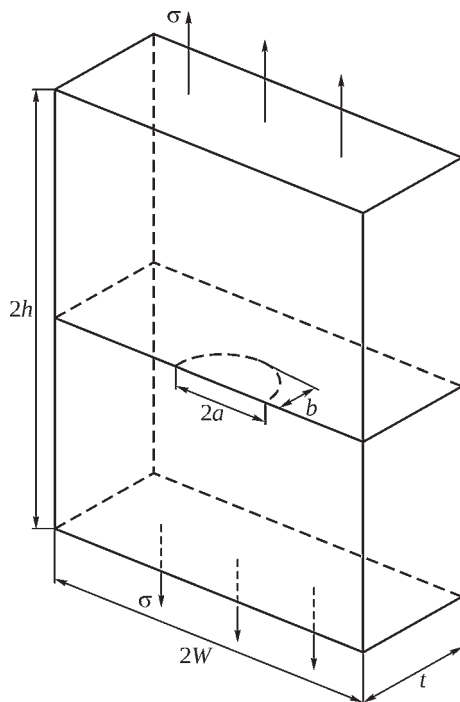


Рис. 6. Постановка задачи для кросс-верификации

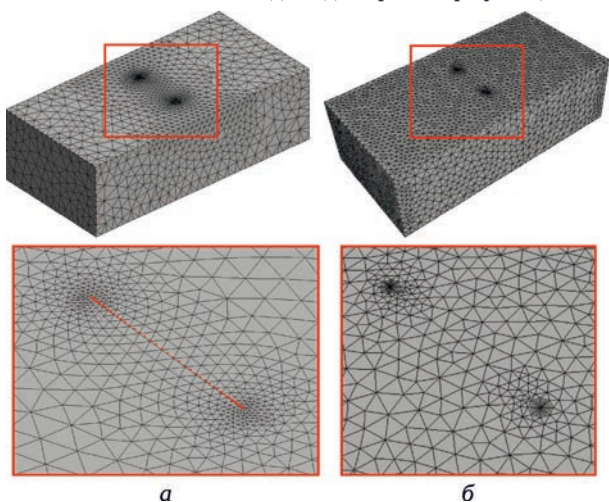


Рис. 7. Конечно-элементные модели для кросс-верификации: а – SimCrack; б – Franc3D

расчета в ПО Franc3D построена в препроцессоре Ansys Workbench 2019R2, вставка той же трещины реализована посредством возможностей ПО Franc3D (см. рис. 7,б).

Выполнено пять последовательных шагов расчета роста усталостной трещины от начального дефекта по уравнению Пэриса – Эрдогана (1). Каждый шаг соответствовал приросту трещины за $N = 50$ циклов нагружения вида «0 – М – 0», в которых точке М соответствовало состояние детали под действием растягивающей нагрузки $\sigma = 1500$ МПа.

На рис. 8,а сопоставлены формы фронтов, полученных в ПО SimCrack и в ПО Franc3D. Красной стрелкой отмечено направление, вдоль которого извлекались значения КИН по первому режиму нагружения, для построения зависимости K_I от длины трещины (см. рис. 8,б).

Представленные данные свидетельствуют о качественном и количественном совпадении результатов, полученных с помощью отечественного ПО SimCrack и зарубежного ПО Franc3D в рамках расчетов, проведенных сотрудниками ООО «СИНЦ»: разница в КИН по первому режиму нагружения не превышает 2,5%. Время расчета в двух программах сопоставимо, с незначительным преимуществом ПО SimCrack за счет построения тетраэдральной сетки. Кроме того, дополнительно к сравнению с аналитическими данными подтверждена возможность определения КИН на тетраэдральных элементах с достаточной точностью.

Валидация расчетов по результатам фрактографических исследований диска авиационного ГТД

В рамках валидации ПО SimCrack рассматривается задача роста усталостной трещины от начального дефекта в диске из титанового сплава. Результаты фрактографических и расчетных исследований детали представлены в работе [15].

Модель представляет собой ступичный участок диска в виде сектора в 45° с участком соседнего диска для воспроизведения контактного взаимодействия (рис. 9). Испытательный цикл нагружения представлен одним элементарным циклом вида «Р – Н – Р» (Р – разгрузка, Н – нагрузка). В качестве нагрузок в модели рассматриваются:

- центробежная нагрузка, возникающая вследствие вращения с различной угловой скоростью при разгрузке и нагрузке;
- давление в передней части рассматриваемого диска;
- неравномерное поле температур;
- перемещения на срезах дисков.

В расчете напряженно-деформированного состояния рассматриваются два последовательных расчетных случая, соответствующих разгрузке и нагрузке при испытаниях.

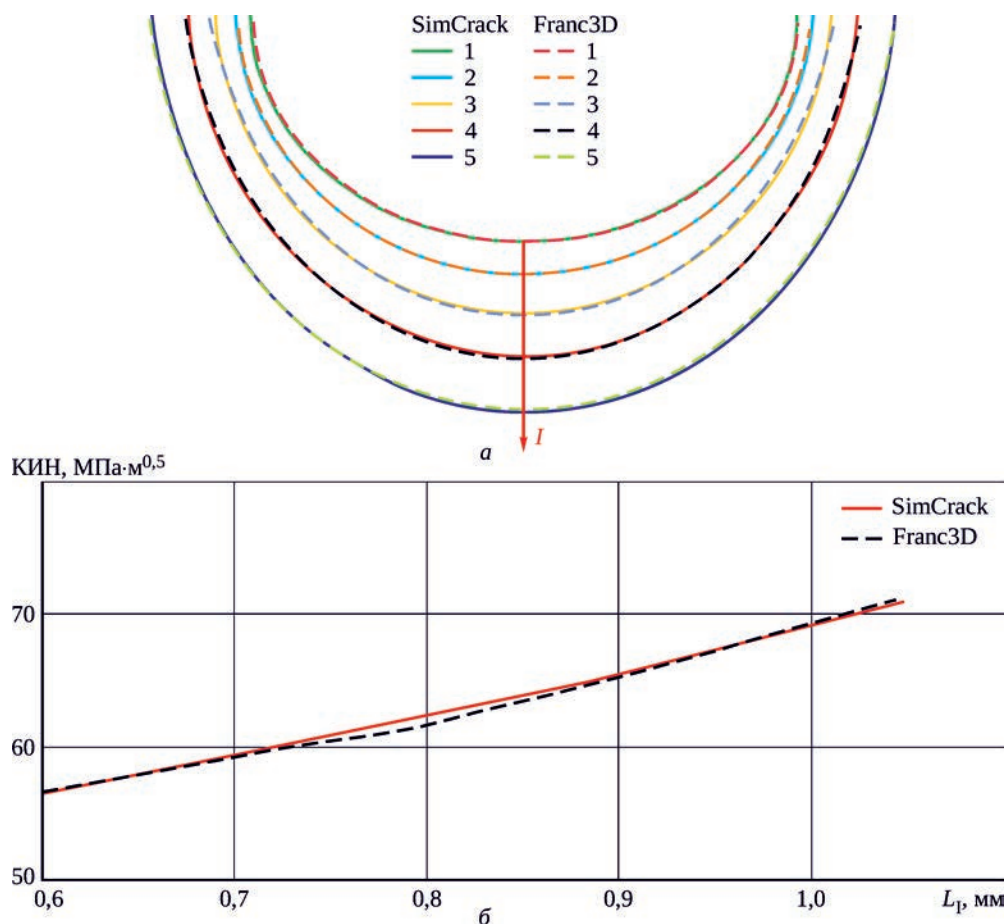


Рис. 8. Результаты расчетов роста усталостной трещины:
 а – сравнение форм фронтов; б – сравнение зависимости K_I вдоль выбранного пути

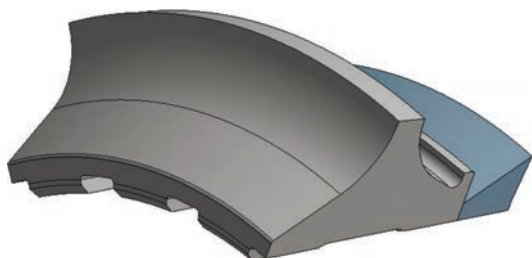


Рис. 9. Валидационная модель диска авиационного ГТД

Рост усталостной трещины моделируется от начального дефекта в форме полуэллипса с большой полуосью $a = 2,78$ мм и малой полуосью $b = 2,5$ мм. В качестве закона роста трещины используется кинетическое уравнение Туманова (2).

На рис. 10,а представлены полученные расчетным путем фронты трещины: от начальной глубины $l_0 = 2,6$ мм до конечной глубины трещины $l_k = 7$ мм (при этом $l_k = 7$ мм – верхняя граница устойчивого роста) [15].

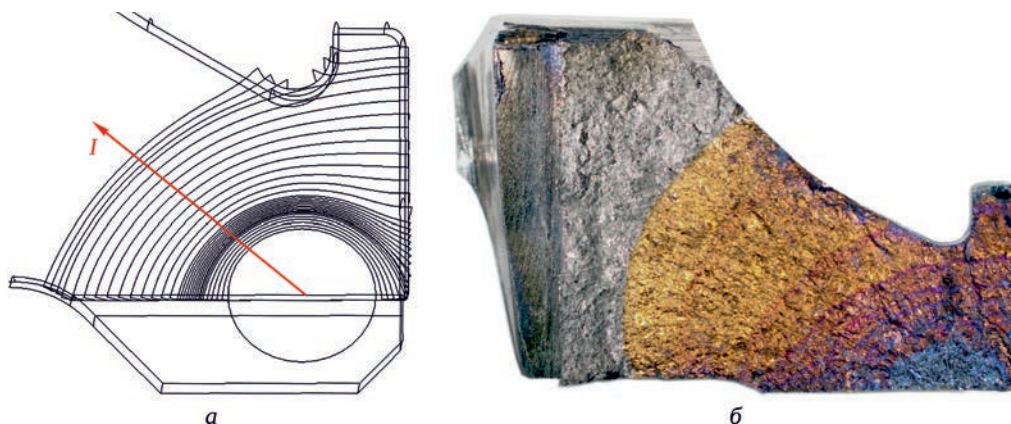


Рис. 10. Результаты моделирования роста усталостной трещины:
 а – расчетные фронты трещины; б – излом детали по трещине малоциклового усталости [15]

На рис. 10,б показан излом детали по трещине малоцикло-
вой усталости [15]. В диапазоне от $l_0 = 2,6$ мм до
 $l_k = 7$ мм трещина развивалась по механизму устойчи-
вого роста (механизм периодического расслаивания-
разрыва), описанному в [13], что было установлено
в процессе фрактографических исследований, представ-
ленных в [15].

На рис. 11,а приведена зависимость КИН от глубины
трещины в направлении I (см. рис. 10,а): расчетные
точки и аппроксимирующая зависимость, полученные
в результате независимых расчетов коллектива под руко-
водством Н.В. Туманова [15], и результаты, полученные
с использованием ПО SimCrack. Результаты расчетов
в ПО SimCrack аппроксимируются полиномом третьей
степени:

$$K(l) = 2,5925l^3 - 43,881l^2 + 378,63l + 15,408. \quad (17)$$

Интегральные кинетические зависимости пред-
ставлены на рис. 11,б. Расчетное число циклов опреде-
ляется по следующей зависимости:

$$N = \frac{E^2}{B} \int_{l_0}^{l_k} \frac{dl}{K^2(l)}. \quad (18)$$

В результате расчета, проведенного в ПО SimCrack,
определено число циклов – $N = 3466$ – до достижения
трещиной верхней границы устойчивого роста. При
этом, согласно [15], экспериментальное количество
циклов составляет $N_э = 3153$, расчетное – $N = 3254$.
Таким образом, расчетный период устойчивого роста
в ПО SimCrack на 9,9% превысил экспериментальное
значение и на 6,5% превысил расчетное значение, полу-
ченное в работе [15], что можно объяснить различием
в автоматическом и ручном подходах к сглаживанию
расчетных фронтов трещины.

В процессе моделирования роста усталостной тре-
щины с применением ПО SimCrack в автоматическом
режиме проведено 28 прочностных расчетов. Общее
время расчетов не превысило двух суток. Таким образом,
можно заключить, что в случае необходимости проведе-
ния большого количества расчетов при моделировании

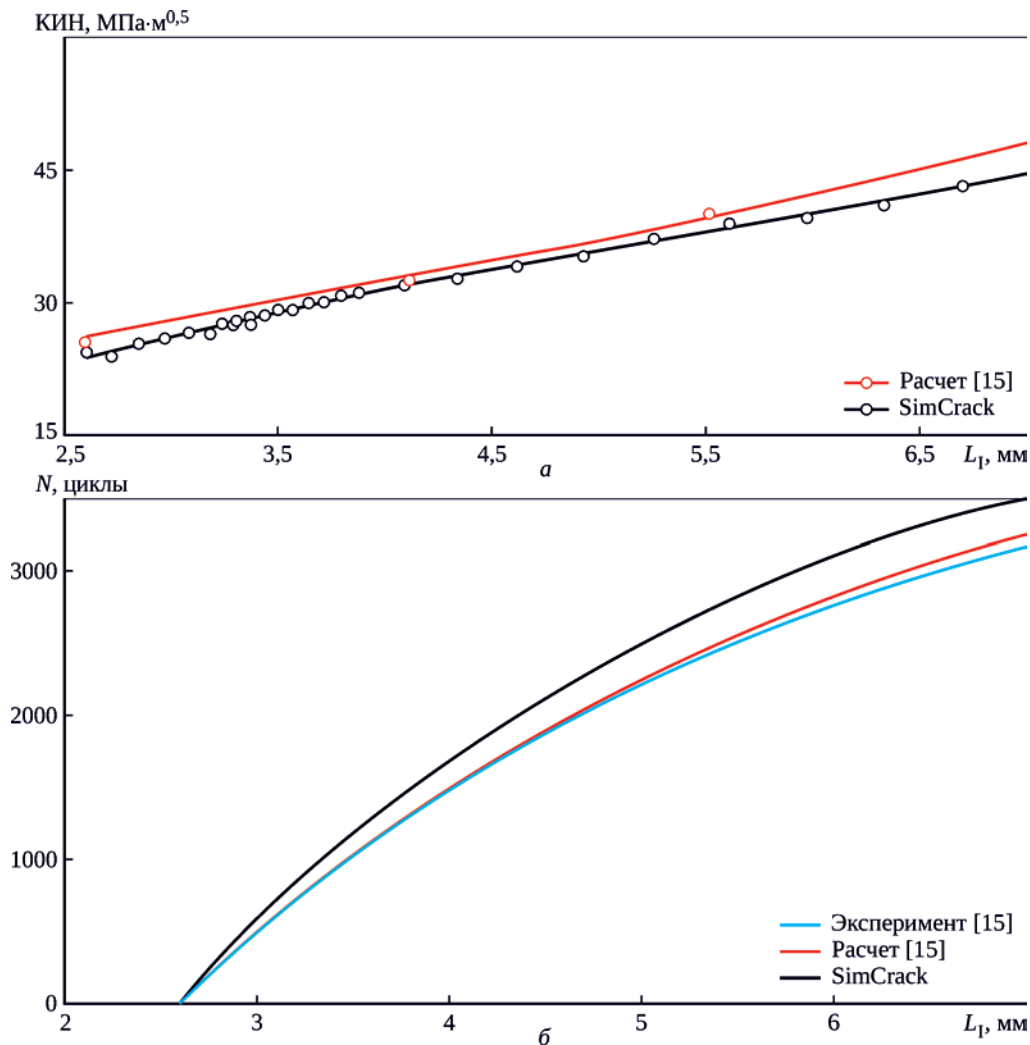


Рис. 11. Результаты решения валидационной задачи:

a – зависимость коэффициента интенсивности напряжений от глубины трещины; b – интегральная кинетическая зависимость

роста усталостных трещин отечественное ПО SimCrack предоставляет оптимальное решение с точки зрения совокупности времени, затраченного на расчеты, и точности полученных результатов.

Заключение

На основе апробированных в двигателестроении расчетных методик анализа роста усталостных трещин при сложных циклических термосиловых нагрузках разработано специализированное ПО SimCrack, позволяющее существенно сократить время проведения расчетов на компьютере, в первую очередь за счет возможности автоматизированного перестроения конечно-элементной модели в процессе распространения расчетной трещины.

Верификация ПО SimCrack по известному аналитическому решению показала, что максимальная погрешность определения КИН по первому режиму нагружения (нормальный отрыв) составляет 1,4%. Погрешность определения средней величины КИН вдоль фронта составляет не более 1%.

Для второго режима нагружения КИН определяется с погрешностью до 5,1% в задаче чистого сдвига и с по-

грешностью до 1,5% в задаче смешанного типа нагружения (нормальный отрыв и поперечный сдвиг). Для средней величины КИН по второму режиму нагружения погрешность по сравнению со справочными значениями составляет 0,2%.

При проведении кросс-верификации с использованием зарубежного ПО Franc3D получено хорошее качественное и количественное согласование результатов. Различие значений КИН по первому режиму нагружения не превышает 2,5%.

Валидация ПО SimCrack показала, что отличие расчетной циклической долговечности детали от экспериментальных значений не превышает 9,9%, а отличие от расчетной долговечности, полученной в ручном режиме, составляет не более 6,5%. Различие расчетных результатов может быть объяснено разностью подходов в сглаживании фронтов трещин при ручном расчете и автоматическом расчете в ПО SimCrack.

При решении валидационной задачи в ПО SimCrack расчеты 28 фронтов усталостной трещины выполнены в течение менее двух суток. Таким образом, использование этого ПО позволяет при приемлемой точности решения прикладных задач существенно экономить время.

Литература/References

1. Рекомендательный циркуляр РЦ-АПЗЗ.14. Ресурсы и сроки службы газотурбинных двигателей, их агрегатов и комплектующих изделий / Межгос. авиац. комитет, Авиац. регистр. 2006. 26, [2] с.
Rekomendatel'nyi tsirkuliar RC-AP33.14. Resursy i sroki sluzhby gazoturbinnnykh dvigatelei, ikh agregatov i komplektuyushchikh izdelii [Advisory circular RC-AP33.14. Resources and service life of gas turbine engines, their units and components]. The Interstate Aviation Committee, Aviation Register. 2006. 26, [2] p.
2. Griffith A.A. The phenomena of rupture and flow in solids // Philosophical Transactions of the Royal Society of London A. 1921. Vol. 221. P. 163–198.
3. Irwin G. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate // Journal of Applied Mechanics. 1957. No. 24. P. 361–364.
4. Броек Д. Основы механики разрушения : пер. с англ. М. : Высш. школа, 1980. 368 с.
Broek D. Elementary engineering fracture mechanics. Leyden : Noordhoff, 1974. XII, 408 p.
5. Качанов Л.М. Основы механики разрушения. Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1974. 312 с.
Kachanov L.M. Osnovy mekhaniki razrusheniia [Fundamentals of fracture mechanics]. Main editorial board of physical and mathematical literature, Nauka Publishing House], 1974. 312 p.
6. Hou J., Wescott R., Attia M. Prediction of fatigue crack propagation lives of turbine discs with forging-induced initial cracks // Engineering Fracture Mechanics. 2014. Vol. 131. P. 406–418.
7. Application of 3D fracture mechanics for improved crack growth predictions of gas turbine components / K.S. Bhachu, S.B. Narasimhachary, S.R. Shinde, P.W. Gravett // ASME Turbo Expo 2017: Turbomachinery Technical Conference and Exposition, June 26–30, 2017, Charlotte, North Carolina, USA. Vol. 7A: Structures and dynamics. GT2017-64890. 8 p.
8. Elfving F., Haeg J. Potentials and limitations in finite element based crack propagation analysis using Franc3D // Department of Mechanics and Maritime Science, Division of Dynamics, Chalmers University of Technology. Gothenburg, Sweden, 2020. 57 p.
9. Яковлев М.М., Яруллин Р.Р., Шлянников В.Н. Параметры сопротивления разрушению имитационной модели диска компрессора // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2020. № 3. С. 98–107.

- Yakovlev M.M., Yarullin R.R., Shlyannikov V.N. Parametry soprotivleniia razrusheniyu imitatsionnoi modeli diska kompressora [Fracture resistance parameters for the compressor disk imitation model]. Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika [PNRPU Mechanics Bulletin] 2020. No. 3. P. 98–107.
10. Определение долговечности, наработки до первой инспекции, периодичности инспекций, назначенного ресурса основных деталей, ресурс которых устанавливается в циклах, с учетом наличия в них дефектов : информационные материалы № ИМ-21.33-12 : ревизия 01 : дата 30.04.2025 / Авиареестр России. М., 2025. 62 с. URL: <https://old.favt.gov.ru/sertifikaciya-avia-tehnikiy-sertifikaciya-tipa-avia-tehnika-zakony-pravila-dokumenty/?id=10049> (дата обращения: 30.05.2025).
Opređenje dolgovechnosti, narabotki do pervoi inspektsii, periodichnosti inspektsii, naznachennogo resursa osnovnykh detalei resurs kotorykh ustanavlivaetsia v tsiklakh, s uchetom nalichii v nikh defektov [Determination of durability, operational time before the first inspection, inspection frequency, assigned life of the main parts, the life of which is defined in cycles, considering the presence of defects]: informational materials no. IM-21.33-12: revision 01: date 30.04.2025. Aviation Register of the Russian Federation. Moscow, 2025. 62 p. URL: <https://old.favt.gov.ru/sertifikaciya-avia-tehnikiy-sertifikaciya-tipa-avia-tehnika-zakony-pravila-dokumenty/?id=10049> (accessed: 30.05.2025).
11. ГОСТ 25.101-83. Расчеты и испытания на прочность. Методы схематизации случайных процессов нагружения элементов машин и конструкций и статистического представления результатов. 1984. 25 с.
GOST 25.101-83. Metody skhematizatsii sluchainykh protsessov nagruzheniia elementov mashin i konstruktssii i statisticheskogo predstavleniia rezul'tatov [Interstate standard 25.101-83. Strength calculation and testing. Representation of random loading of machine elements and structures and statistical evaluation of results]. 1984. 25 p.
12. Paris P., Erdogan F. A critical analysis of crack propagation laws // Journal of Basic Engineering. 1963. No. 12. P. 528–534.
13. Туманов Н.В. Устойчивый рост усталостных трещин: микромеханизм и математическое моделирование // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2018. Т. 84, № 11. С. 52–69.
Tumanov N.V. Ustoichivyi rost ustalostnykh treshchin: mikromekhanizm i matematicheskoe modelirovanie [Stable growth of fatigue cracks: micromechanism and mathematical modeling]. Zavodskaiia laboratorii. Diagnostika materialov [Industrial Laboratory. Diagnostics of Materials]. 2018. Vol. 84, no. 11. P. 52–69.
14. Туманов Н.В., Лаврентьева М.А. Прогнозирование циклической долговечности дисков авиадвигателей на основе моделирования устойчивого роста трещин малоциклового усталости // Авиационные двигатели. 2019. № 1 (2). С. 37–48.
Tumanov N.V., Lavrentyeva M.A. Prognozirovanie tsiklicheskoi dolgovechnosti diskov aviadvigatelei na osnove modelirovaniia ustoichivogo rosta treshchin malotsiklovoi ustalosti [Prediction of aero engine discs cyclic life based on modeling the steady growth of low cycle fatigue cracks]. Aviatsonnyie dvigateli [Aircraft Engines] 2019. No. 1 (2). P. 37–48.
15. Измерение и расчет устойчивого роста усталостных трещин / Н.В. Туманов, М.А. Лаврентьева, С.А. Черкасова, Н.А. Воробьева, М.Е. Волков, Ю.Л. Митина, А.И. Калашникова // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2024. Т. 90, № 12. С. 45–64.
Tumanov N.V., Lavrentyeva M.A., Cherkasova S.A., Vorobjeva N.A., Volkov M.E., Mitina Yu.L., Kalashnikova A.I. Izmerenie i raschet ustoichivogo rosta ustalostnykh treshchin [Measurement and calculation of stable growth of fatigue cracks]. Zavodskaiia laboratorii. Diagnostika materialov [Industrial Laboratory. Diagnostics of Materials]. 2024. Vol. 90, no. 12. P. 45–64.
16. Irwin G.R. Crack extension force for a part-through crack in a plate // Journal of Applied Mechanics. 1962. Vol. 19, no. 4.
17. Черепанов Г.П. О распространении трещин в сплошной среде // Прикладная математика и механика. 1967. Т. 31, № 3. С. 476–488.
Cherepanov G.P. Crack propagation in continuous media // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 1967. Vol. 31, no. 3. P. 503–512.
18. Rice J.R. A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks // Journal of Applied Mechanics. 1968. Vol. 35, no. 2. P. 379–386.
19. Сиратори М., Миёси Т., Мацусита Х. Вычислительная механика разрушения : пер. с япон. С.Л. Масленникова ; под ред. Е.М. Морозова. М. : Мир, 1986. 334 с.
Siratori M., Miyosi T., Matsusita Kh. Vychislitel'naia mekhanika razrusheniia [Computational fracture mechanics]. Translated from Japanese by S.L. Maslennikov; edited by E.M. Morozov. Moscow: Mir [World], 1986. 334 p.
20. Shih C.F., Moran B., Nakamura T. Energy release rate along a three-dimensional crack front in a thermally stressed body // International Journal of Fracture. 1986. Vol. 30, no. 2. P. 79–102.

-
21. Walters M.C., Paulino G.H., Dodds R.H. Computation of mixed-mode stress intensity factors for cracks in three-dimensional functionally graded solids // *Journal of Engineering Mechanics*. 2006. Vol. 132, no. 1. P. 1–15.
 22. Yau J.F., Wang S.S., Corten H.T. A mixed-mode crack analysis of isotropic solids using conservation laws of elasticity // *Journal of Applied Mechanics*. 1980. Vol. 47, no. 2. P. 335–341.
 23. Stress-intensity factors (SIFS) calculation // ANSYS 2024R1 Documentation, Mechanical APDL, Fracture analysis guide. § 2.4.2.
 24. Unstructured-mesh method (UMM) // ANSYS 2024R1 Documentation, Mechanical APDL, Fracture analysis guide. Chap. 2.5.
 25. ГОСТ Р 57700.1-2017. Численное моделирование для разработки и сдачи в эксплуатацию высокотехнологичных промышленных изделий. Сертификация программного обеспечения. Требования. М. : Стандартинформ, 2018. III, 11 с.
GOST R 57700.1-2017. Chislennoe modelirovanie dlia razrabotki i sdachi v ekspluatatsiiu vysokotekhnologichnykh promyshlennykh izdelii. Serifikatsiia programmnoho obespecheniia. Trebovaniia [National standard 57700.1-2017. Numerical simulation for the development and commissioning of high-tech industrial products. Software certification. Requirements]. Moscow: Standartinform, 2018. III, 11 p.
 26. ГОСТ Р 57700.37-2021. Компьютерные модели и моделирование. Цифровые двойники изделий. Общие положения. М. : Рос. ин-т стандартизации, 2021. IV, 11 с.
GOST R 57700.37-2021. Komp'yuternye modeli i modelirovanie. Tsifrovyye dvoyniki izdelii. Obshchie polozheniia [National standard 57700.37-2021. Computer models and simulation. Digital twins of products. General provisions]. Moscow: Russian Standartization Institute, 2021. IV, 11 p.
 27. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений : в 2 т. : пер. с англ. / под ред. Ю. Мураками. Т. 2. М. : Мир, 1990. 1016 с.
Stress intensity factors handbook : in 2 vol. / editor in chief Yu. Murakami, co-editors: M.T. Hasebe, Y. Itoh, K. Kishimoto et al. Vol. 2. Oxford, New York : Pergamon Press, 1987.
 28. Особенности моделирования устойчивого роста трещин малоциклового усталости в основных деталях авиационного газотурбинного двигателя / А.А. Рябов, К.Ю. Мохов, О.В. Воронков, А.Ю. Кудрявцев, А.А. Мусеев // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2022. Т. 21, № 3. С. 127–140.
Ryabov A.A., Mokhov K.Yu., Voronkov O.V., Kudryavtsev A.Yu., Museev A.A. Osobennosti modelirovaniia ustoichivogo rosta treshchin malotsiklovoi ustalosti v osnovnykh detaliakh aviatsionnogo gazoturbinnogo dvigatel'ia [Aspects of simulating stable low-cycle fatigue crack growth in the main parts of aircraft gas turbine engines]. Vestnik Samarskogo universiteta. Aehrokozmoshicheskaia tekhnika, tekhnologii i mashinostroenie [Bulletin of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering]. 2022. Vol. 21, no. 3. P. 127–140.

Материалы получены редакцией 27.05.2025

Для цитирования:

Верификация и валидация отечественного ПО SimCrack на задачах моделирования роста усталостных трещин / Вечхайзер Л.А., Бажуков А.С., Рябов А.А., Мохов К.Ю., Лаврентьева М.А. // *Авиационные двигатели*. 2025. № 3 (28). С. 71–82.

For citation:

Vechkhaizer L.A., Bazhukov A.S., Ryabov A.A., Mokhov K.Yu., Lavrentyeva M.A. Verifikatsiia i validatsiia otechestvennogo PO SimCrack na zadachakh modelirovaniia rosta ustalostnykh treshchin [Verification and validation of software "SimCrack" using the problems of fatigue crack growth]. *Aviatsionnye dvigateli* [Aviation Engines]. 2025. No. 3 (28). P. 71–82.